Ueber

eine neue Methode der Brechungsexponent-bestimmung mittelst Totalreflexion.

INAUGURAL-DISSERTATION

zur

Erlangung der Doktorwürde

bei

hochlöblicher philosophischer Fakultät zu Marburg

eingereicht

von

Karl Feuszner

aus Rinteln.

Marburg.

Universitäts-Buchdruckerei. (R. Friedrich).

1882.

Die vorliegende Arbeit wurde im Frühjahr v. J. im mineralogischen Institut der Universität Berlin angefangen und später im physikalischen Institut zu Marburg fortgesetzt. Es ist eine angenehme Pflicht für mich, für die mir dabei zu teil gewordene Unterstützung, namentlich für die Bereitwilligkeit, mit der mir die Instrumente und Räume der Universitätsinstitute sowie auch einige Apparate aus dem Privatbesitz meiner verehrten Lehrer zur Verfügung gestellt wurden, dem Herrn Dr. ***Arzruni*** *zu Berlin sowie dem Herrn Prof.* ***Melde*** *und Prof.* ***Klocke*** *zu Marburg meinen besten Dank auszusprechen.*

Zur genauen Bestimmung von Brechungsexponenten diente bis vor kurzem ausschliesslich die Ablenkung, welche ein Lichtstrahl bei dem Durchgang durch ein Prisma des zu untersuchenden Körpers erfährt. Wollaston hatte zwar schon im Anfang dieses Jahrhunderts gezeigt, dass auch durch Beobachtung des Grenzwinkels der Totalreflexion die Brechungsexponenten ermittelt werden können, und bald danach hatte Malus gefunden, dass auch der Polarisationswinkel zu dieser Bestimmung dienen kann, aber beide Methoden lieferten in ihrer ursprünglichen Gestalt nur ungenaue Resultate. — Die Totalreflexionsmethode ist nun in unserer Zeit durch die Arbeiten von Abbe und F. Kohlrausch wesentlich vervollkommnet worden. Seitdem hat sie namentlich für Krystalluntersuchung vielfach Anwendung gefunden, weil bei ihr eine ebene Fläche an dem Objecte zur Bestimmung aller drei Brechungsexponenten ausreicht und nicht mehr die sehr schwer herzustellenden orientirten Prismen erforderlich sind. Das Totalreflektometer von Kohlrausch, welches fast immer bei diesen Untersuchungen benutzt wurde, besitzt aber noch nicht die Genauigkeit, welche für sorgfältige Messungen verlangt werden muss, da bei ihm dem kleinsten am Nonius abzulesenden Winkel noch eine Aenderung des Brechungsexponents um 0,0005 bis 0,0016 entspricht. Kohlrausch hat diesen Mangel, welcher namentlich von den kleinen Dimensionen des Teilkreises herrührt, ja auch gleich bei der Beschreibung des Instruments hinlänglich hervorgehoben. Ausserdem ist besonders noch der Missstand dabei zu bemerken, dass sich nur mit Natriumlicht beobachten lässt, die Dispersion also gar nicht bestimmt werden kann.

Von diesen Mängeln ist der im Nachfolgenden beschriebene kleine Apparat frei, welcher in Verbindung mit einem Reflexionsgoniometer, Spektrometer oder Theodolit die Messung von Brechungsexponenten mittelst Totalreflexion in ähnlicher Weise wie das Kohlrausch'sche Totalreflectometer auszuführen erlaubt. Da jene Instrumente eine sehr genaue Winkelmessung gestatten und zugleich die Methode selber eine grössere Empfindlichkeit als die früheren besitzt, so ist es nach diesem Verfahren möglich, noch die 5te und mit grossen Goniometern auch noch die 6te Dezimale der Brechungsexponenten zu bestimmen.

Der Beschreibung des Apparats und seiner Anwendung möge eine kurze Darstellung des Entwicklungsganges der Totalreflexionsmethode vorausgeschickt werden, weil sich verschiedene unrichtige Angaben über diesen Gegenstand in die Literatur eingeschlichen haben.

I. Historische Entwicklung der Totalreflexionsmethode.

Die erste Arbeit über die Bestimmung von Brechungsexponenten mittelst Totalreflexion wurde von W. Wollaston im Jahre 1802 in den Philosophical Transactions veröffentlicht[1]). Die Zeichnung des von ihm benutzten Instruments ist in Fig. 1 Taf. I wiedergegeben. Dasselbe besteht aus vier durch Charniere mit einander verbundenen Brettern. Auf dem ersten Brett *c d* liegt das vierseitige Glasprisma *P*. Unter der Mitte seiner unteren Fläche befindet sich ein Ausschnitt in dem Brett, und hier werden die Untersuchungsobjecte mittelst eines starkbrechenden Kittes an das Prisma angeklebt. Das Instrument wird nun so vor einem Fenster aufgestellt, dass die Berührungsstelle des Objektes mit der unteren Fläche des Prismas vom Himmel her mit diffusem Tageslicht beleuchtet wird. Unter

1) Dieselbe dargestellt von Wollweide: Gilberts Annalen d. Physik 31. S. 235 u. 398.

Visiren über die beiden Absehen auf *de* hebt man nun das Brettersystem bei *e* so weit, bis der anfängliche Silberglanz an der Berührungsstelle in eine gelbe oder blaue Färbung übergeht. An einer vorausberechneten Skala auf *fg* kann dann mittelst des Zeigers *ig* der gesuchte Brechungsexponent unmittelbar abgelesen werden.

Das Instrument, welches Malus benutzt und Journal de l'école polytechnique Tom. 8. S. 223 beschrieben hat, eignete sich schon zu genaueren Messungen. Die Fig. 2, Taf. I stellt diesen Apparat dar[1]). Auf einer polirten Glasplatte steht eine vertikale Säule, an welcher ein Diopter mit einem $^1/_{10}$ mm angebenden Nonius auf und ab geschoben werden kann. Das Prisma wird so auf die Glasplatte gelegt, dass ein Teil seiner unteren Fläche über dieselbe hervorragt, und an diesen wird das Objekt angeklebt. Der Abstand der Säule von jener Kante der Glasplatte und die Höhe des Diopters liefern die Tangente des Winkels, welchen der Grenzstrahl der Totalreflexion in der Luft mit der Vertikalen bildet. — Dieser Apparat von Malus scheint auch der Zeichnung im Lehrbuch von Pouillet[2]) zum Vorbild gedient zu haben. Dagegen ist es unrichtig, wenn Terquem und Trannin (Pogg. Ann. 157. S. 302) ein dieser Zeichnung genau entsprechendes Instrument, als einen früheren Apparat von Wollaston beschreiben.

Die Darstellung, welche Beer (Einleitung in die höhere Optik S. 51 ff.) vom Prinzip des Wollaston'schen Instruments giebt, enthält auch einige Irrtümer. Er sagt dort zunächst, die Objekte würden bei diesem Versuche an die Grundfläche eines dreiseitigen, gleichschenkligen Glasprismas geklebt. Wollaston bediente sich aber, zu Messungen wenigstens, aus-

---

1) Malus selber giebt a. a. O. keine Zeichnung seines Instruments. Die Figur wurde aus Biot, Traité de physique III. p. 292; Pl. IV, 82 entnommen, wo sie ausdrücklich als der Apparat von Malus bezeichnet wird.

2) Pouillet, Elements de physique expér. 6me ed. T. II. p. 173, Pl. 29, Fig. 17.

schliesslich eines vierseitigen Prismas. Weiter heisst es dort, wenn die Fläche des Objects nicht selber mit dem Prisma in vollkommene Berührung gebracht werden könne oder der Körper einen höheren Brechungsexponent als das Glas besitze, müsse man ihn mit einem Harz von stärkerem Brechungsvermögen als Objekt und Prisma ankitten und könne dann leicht aus dem beobachteten Neigungswinkel des austretenden Grenzstrahls der Totalreflexion zwischen Kitt und Objekt und aus dem Brechungsvermögen des Kittes den Brechungsexponent des Objekts berechnen. Dass die Bedingungen des Versuchs wesentlich andere sind, wird die folgende Betrachtung zeigen.

Bezeichnen wir die Winkel, welche ein Lichtstrahl nach einander in Objekt, Kitt und Prisma mit dem Einfallslot auf die beiden parallelen Grenzflächen der drei Mittel bildet, mit φ_1, φ_2, φ_3, die Brechungsexponenten der Mittel entsprechend mit n_1, n_2, n_3, dann besteht die Relation

$$n_1 \sin \varphi_1 = n_2 \sin \varphi_2 = n_3 \sin \varphi_3.$$

Für den Grenzstrahl der Totalreflexion zwischen Objekt und Kitt ist $\varphi_1 = 90^0$. Daher für diesen Strahl

(1) $$n_1 = n_2 \sin \varphi'_2 = n_3 \sin \varphi'_3.$$

Aus dieser Gleichung sehen wir nun, dass n_3, der Brechungsexponent des Prismas, entgegen der Angabe von Beer, immer grösser sein muss als der Brechungsexponent des Objekts, wenn der Grenzstrahl der Totalreflexion am Objekt überhaupt in das Prisma eintreten soll, und dass n_2, der Brechungsexponent des Kittes, ebenfalls grösser als n_1, aber nicht grösser als n_3 sein muss, dass er dagegen auf die Richtung der Lichtstrahlen im Prisma ohne Einfluss ist und deshalb nicht bestimmt zu werden braucht.

Die Darstellung Beers von der Wollastonschen Methode findet sich auch bei Wüllner wieder (Lehrbuch der Experimentalphysik, 3te Aufl. Bd. 2. S. 166). Es wird hier noch hinzugefügt, bei jenem Versuch würde die ganze untere Prismenfläche mit dem Kitt überzogen, derselbe der Prismenfläche parallel abgeschliffen, und durch Totalreflexion an dieser Schlifffläcche der Brechungs-

exponent des Kittes bestimmt. Abgesehen davon, dass ein solches Verfahren sich mechanisch wohl kaum würde ausführen lassen, liefert es gar nicht den Berechnungsexponent des Kittes, sondern den des Prismas.

Ein wesentlicher Fortschritt für unsere Methode wurde erst gemacht, als Abbe [1]) bei seinem, zunächst nur für Flüssigkeiten bestimmten Refraktometer zeigte, dass die Grenze der totalen Reflexion sich in einem auf Unendlich eingestellten Fernrohr als scharfe Linie markirt, welche wie ein Signalbild mit dem Fadenkreuz des Fernrohrs zum Zusammenfallen gebracht werden kann.

Nachdem dann noch ein ebenfalls nur für Flüssigkeiten und dünne planparallele Platten geeignetes Verfahren von Terquem und Trannin [2]) und von E. Wiedemann [3]) beschrieben worden war, lieferte F. Kohlrausch in seinem Totalreflektometer [4]) wieder ein für die Untersuchung fester Körper geeignetes Instrument. Bei diesem Apparat wird der Oeffnungswinkel des von den Grenzstrahlen in dem stärker brechenden Medium gebildeten Kegels mittelst einer Kreisteilung gemessen, und dadurch den Resultaten im Vergleich zu denen der Wollastonschen Methode eine erheblich grössere Genauigkeit und Zuverlässigkeit gegeben. Durch die grossen Vorteile, welche die Totalreflexionsmethode bei der Untersuchung wenig durchsichtiger und doppeltbrechender Substanzen bietet, leistete dieses Instrument bereits wichtige Dienste für die Krystalloptik.

Veranlasst durch die Erfolge Kohlrauschs hat Abbe später sein Refraktometer auch für die Untersuchung fester Körper eingerichtet [5]). Dabei werden die Objekte mit einem

---

1) »Neue Apparate zur Bestimmung des Brechungsvermögens etc.« Jena 1874.

2) Pogg. Ann. 157. S. 302.

3) Pogg. Ann. 158. S. 251.

4) Wiedm. Ann. 4. S. 1.

5) Sitzungsber. d. Jenaer Ges. f. Med. u. Nat. Febr. 1879.

Tropfen einer starkbrechenden Flüssigkeit an das eine Prisma des Refraktometers angeklebt. Hierin, sowie in den übrigen wesentlichen Stücken stimmt das Verfahren mit dem von Wallaston überein, jedoch ist in der Benutzung des Fernrohrs und einer geeigneteren Stellung der Skala ein Vorzug zu erkennen.

II. Beschreibung der neuen Methode.

Zu eignen Versuchen über die Totalreflexionsmethode veranlasste mich der Wunsch Brechungsexponenten von Krystallen nach dem von Kohlrausch eingeführten Verfahren mit einem grösseren Reflexionsgoniometer bestimmen zu können. Als stärker brechendes Medium wählte ich dabei ein Glasprisma, weil ein Gefäss mit einer Flüssigkeit sich auf den gebräuchlichen Goniometern nur schwierig anbringen lässt und das Eintauchen des ganzen Objekts sammt seiner Drehvorrichtung in eine starkbrechende Flüssigkeit immer mit Unannehmlichkeiten verbunden ist. Bald bemerkte ich auch, dass die Feinheit der Winkelmessung eines grossen Goniometers sich nur mit einem Prisma aus einer festen Substanz würde ausnutzen lassen. Sah sich doch W. Kohlrausch[1]) bei seinen Arbeiten mit dem Totalreflektometer genöthigt, um die vierte Dezimale der gemessenen Brechungsexponenten von dem Einfluss der Veränderlichkeit des Schwefelkohlenstoffs frei zu halten, ausser der bei jeder Einstellung gleichzeitig vorzunehmenden Temperaturbestimmung bis auf 0,2° C noch vor und nach jeder Beobachtungsreihe den Brechungsexponent des benutzten Schwefelkohlenstoffs von neuem mit dem Spektrometer zu messen. Will man nun der Winkelmessung eine grössere Genauigkeit geben, um

---

1) Ueber die experimentelle Bestimmung von Lichtgeschwindigkeiten in Krystallen. Inaug.-Diss. Würzburg 1879. S. 13.

die fünfte und auch wohl noch die sechste Dezimale der Brechungsexponenten daraus berechnen zu können, so muss es nach solchen Erfahrungen doch sehr zweifelhaft erscheinen, ob es möglich ist, mit einer Flüssigkeit dabei noch zu sicheren Resultaten zu kommen.

Das Prisma, welches ich anwende, ist in Fig. 1, Taf. II (P) in natürlicher Grösse gezeichnet. Es ist im wesentlichen eine quadratische Säule von 5 mm. Breite und Höhe. Die Objekte werden mit der hintern Fläche desselben in Berührung gebracht. — Bei flüssigen und leicht schmelzbaren Substanzen kann man natürlich leicht eine vollkommene Berührung herstellen, und auch viele feste Körper kommen, wenn eine gut polirte Fläche derselben an das Prisma angedrückt wird, in so innige Berührung mit dem Glase, dass auf einer hinlänglich grossen Strecke ein direkter Lichtübergang stattfindet. Viel leichter und sicherer erreicht man diesen Zweck jedoch, wenn man zwischen die beiden Flächen ein wenig einer stark brechenden Flüssigkeit bringt. Diese muss, wie wir bereits oben bei Besprechung des Wollastonschen Versuchs (s. S. 8) sahen, einen grösseren Brechungsexponent als das Objekt haben, im übrigen ist die Grösse desselben aber ohne Einfluss auf die Richtung der austretenden Strahlen. Cassiaöl (Brechungsexponent 1,58—1,64 für Na-Licht) und Monobromnaphthalin (1,66) eignen sich recht gut dazu; bei höheren Brechungsexponenten kann man Phosphorsulphid oder auch eine Lösung von Phosphor in Schwefelkohlenstoff (1,95) benutzen. Ein Tröpfchen von der Grösse eines Hirsekorns ist schon mehr als genug zu einem Versuch.

Es sei nun auf diese Weise das Objekt mit der Rückfläche AB (Fig. 3, Taf. I) des quadratischen Prismas $ABCD$ in Berührung gebracht und durch die Seitenfläche BC falle diffuses, einfarbiges Licht auf die Berührungsfläche, dann werden alle Strahlen, welche mit dem Einfallslot auf dieselbe einen grösseren Winkel bilden, als $\psi = Arc\,sin\,\frac{n}{N}$ (unter N den

Brechungsexponent des Prismas und unter n den des Objekts verstanden) an dieser Fläche total reflektirt, während die übrigen zum grössten Teil in den Körper eindringen. Blicken wir nun mit einem für parallele Strahlen eingestellten Fernrohr durch die Seitenfläche AD nach der Berührungsstelle AB, so sehen wir im Fernrohr eine vertikale Grenzlinie zwischen hellem und wenig erleuchtetem Gesichtsfeld, aus deren Lage der Grenzwinkel der Totalreflexion leicht berechnet werden kann. — Setzen wir einstweilen voraus, die Flächen des Prismas ständen genau senkrecht auf einander, und bezeichnen mit φ den Winkel, welchen der Grenzstrahl der totalen Reflexion nach seinem Austritt in die Luft mit dem Einfallslot auf die Berührungsfläche bildet, so haben wir nach dem Brechungsgesetz die beiden Relationen

$$n = N \sin \psi \text{ und } \cos \varphi = N \cos \psi; \tag{2}$$

daraus

$$n = \sqrt{N^2 - \cos^2 \varphi}. \tag{3}$$

Diese Formel liefert uns das gesuchte n als Funktion von N und φ. Zunächst ersehen wir aus derselben, dass die Reihe der Brechungsexponenten n, welche sich mit einem bestimmten Prisma ermitteln lassen, nicht allein nach der Seite der wachsenden Brechungsexponenten, sondern auch nach der Seite der abnehmenden hin begrenzt ist. Sie reicht von $n = N$ als oberer Grenze bis $n = \sqrt{N^2 - 1}$ als unterer Grenze. Mit einem Prisma vom Brechungsexponent 1,80 (gegenwärtig dem schwersten zu derartigen Zwecken brauchbaren Glase) lassen sich daher keine Brechungsexponenten mehr bestimmen, welche kleiner als 1,50 sind; dagegen kann man mit einem Prisma mit dem Exponent 1,64 (mittelschweres Flintglas) bis zu einem Brechungsexponent 1,32 herabgehen. Niedrigere Brechungsexponenten werden nur sehr selten zu bestimmen sein. Mit zwei Prismen können wir daher recht gut ausreichen. Die starkbrechenden Glassorten, welche die Technik seither dargestellt hat, besitzen nun alle eine so geringe Widerstands-

fähigkeit gegen Beschädigungen, dass es schon deshalb sehr ratsam ist, sich auch ein Prisma aus gewöhnlichem Flintglas anfertigen zu lassen, und zu dem starkbrechenden nur dann zu greifen, wenn dieses nicht mehr ausreicht.

Die Aenderung des beobachteten Winkels φ um eine kleine Grösse $d\varphi$ dividirt durch die entsprechende Aenderung des gesuchten Brechungsexponents n bestimmt die Empfindlichkeit der Methode. — Durch Differentiation von Gleichung (3) erhalten wir

$$(4) \qquad \frac{d\varphi}{dn} = \frac{\sqrt{N^2 - \cos^2\varphi}}{\sin\varphi\cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{N^2 - n^2}} \cdot \frac{n}{\sin\varphi}.$$

Daraus geht hervor, dass die Empfindlichkeit etwas unterhalb von $\varphi = 45^0$ ein Minimum hat, von dem aus sie nach beiden Seiten bis zum Wert ∞ wächst. Um den Winkel φ, bei welchem das Minimum liegt, zu bestimmen, setzen wir den Differentialquotient nach φ von der rechten Seite von (4) gleich 0, also:

$$\frac{d}{d\varphi}\frac{\sqrt{N^2 - \cos^2\varphi}}{\sin 2\varphi} = 0. \quad \text{Daraus}$$

$$(5) \qquad \cos\varphi_1 = N\sqrt{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{N^2}}}$$

Für $N = 1{,}64$ wird $\varphi_1 = 41^1/_2{}^0$ und das Minimum der Empfindlichkeit selber gleich 2,94.

Zur Vergleichung wollen wir auch die Grösse der Empfindlichkeit bei dem Totalreflektometer und bei der Methode der Prismenablenkung bestimmen.

Bei dem Totalreflektometer haben wir $n = N\sin\varphi$, wenn der Brechungsexponent der Flüssigkeit gleich N ist.

$$\text{Daraus} \quad \frac{d\varphi}{dn} = \frac{1}{N\cos\varphi} = \frac{1}{\sqrt{N^2 - n^2}}.$$

Bei der Methode des Minimums der Ablenkung durch ein Prisma ist

$$n = \frac{\sin(\frac{1}{2}\beta + \varphi)}{\sin\frac{1}{2}\beta}, \qquad \frac{d\varphi}{dn} = \frac{\sin\frac{1}{2}\beta}{\cos(\frac{1}{2}\beta + \varphi)},$$

wenn β den brechenden Winkel und 2φ die ganze Ablenkung bedeutet. Bezeichnen wir hier mit N denjenigen Wert von n, welcher der grössten Ablenkung $2\varphi = 180^0 - \beta$ entspricht, bei sonst gleich bleibenden Bedingungen des Versuchs, so bekommen wir

$$N = \frac{1}{\sin \frac{1}{2}\beta}; \qquad \frac{d\varphi}{dn} = \frac{1}{\sqrt{N^2 - n^2}}.$$

Es ist also die Empfindlichkeit bei dem Totalreflektometer und der Prismenmethode dieselbe Funktion von dem gesuchten Brechungsexponent des Objekts und dem grössten Wert eines solchen, welcher durch alleinige Aenderung von φ noch gemessen werden kann. Wenn man N einen näher bei n liegenden Wert gibt, im ersteren Fall durch Benutzung einer schwächer lichtbrechenden Flüssigkeit, im zweiten durch Vergrösserung von β, so wird die Empfindlichkeit in beiden Fällen in gleicher Weise vergrössert.

Bei der von mir beschriebenen Methode haben wir nun für $\frac{d\varphi}{dn}$ dieselbe Funktion noch mit dem Faktor $\frac{n}{\sin \varphi}$ multiplicirt und daher eine erheblich grössere Empfindlichkeit.

Weiter müssen wir untersuchen, mit welcher Genauigkeit unsere Voraussetzung der senkrechten Orientirung der Prismenflächen gegen einander erfüllt sein muss. Es seien wieder ψ und φ' die Winkel, welche den Grenzstrahl im Prisma und in der Luft mit dem Einfallslot auf die Berührungsfläche bildet. Die Austrittsfläche sei jetzt aber dem Einfallslot nicht parallel, sondern bilde mit ihm einen kleinen Winkel δ. Wir wollen zusehen, wie gross δ sein darf, ohne dass der entstehende Fehler f eine Einheit der fünften Dezimale übersteigt. Statt der obigen Gleichungen (2) und (3) müssen wir bei dieser Annahme setzen:

(2, a) $\quad N \sin \psi = n; \quad N \cos(\psi - \delta) = \cos(\varphi' - \delta).$

(3, a) $\quad N^2 - \cos^2 \varphi' = (n - f)^2$, oder wegen der Kleinheit von f

$$N^2 - \cos^2 \varphi' = n^2 - 2nf.$$

Die Elimination von ψ und φ' zwischen den Gleichungen (2,a) und (3,a) liefert nun:

$$\sqrt{N^2 - n^2}\cos\delta + n\sin\delta = \sqrt{N^2 - n^2 + 2nf}\cos\delta + \sqrt{1 - N^2 + n^2 - 2nf}\sin\delta.$$

$$(6) \qquad tg\,\delta = \frac{\sqrt{N^2 - n^2 + 2nf} - \sqrt{N^2 - n^2}}{n - \sqrt{1 - (N^2 - n^2) - 2nf}}$$

Durch Differentiation erhalten wir daraus für $\frac{d\delta}{dn}$ einen immer positiven Wert. Deshalb besitzen δ und n gleichzeitig ihren grössten und kleinsten Wert. Im ersteren Falle ist $n = N$, und daher

$$tg\,\delta_1 = \frac{\sqrt{2Nf}}{N - \sqrt{1 - Nf}}.$$

Wegen der Kleinheit von f kann man dafür setzen

$$tg\,\delta_1 = \frac{\sqrt{2Nf}}{N - 1}.$$

Substituiren wir in diese Gleichung nun die angenommenen Werte $f = 0{,}00001$ und $N = 1{,}64$, so wird

$$log\,tg\,\delta_1 = 7{,}952 \quad ; \quad \delta_1 = 30'.$$

Der kleinste Wert von n ist durch die Relation bestimmt

$$N^2 - n^2 = 1 - 2nf.$$

Daraus folgt

$$tg\,\delta_2 = f = 0{,}00001 \; ; \quad \delta_2 = 2''.$$

Wollten wir nun nicht zu umständlichen Korrektionsrechnungen unsere Zuflucht nehmen, so dürfte die Abweichung von der senkrechten Stellung der Prismenflächen gegen einander nur wenige Sekunden betragen. Obgleich nun diese Forderung sich müsste durch ein ähnliches Verfahren bei der Herstellung des Prismas erfüllen lassen, wie das ist, nach dem das Parellelschleifen mit bekannter Genauigkeit ausgeführt wird, so sind doch die optischen Werkstätten, soweit mir bekannt ist, darauf nicht eingerichtet. Unter den gegenwärtigen Verhältnissen würde es deshalb nicht leicht sein, Prismen von

genügender Genauigkeit zu erhalten. Ausserdem würde immer noch eine Kontrole und Korrektion erforderlich sein für den Parallelismus der Objektfläche mit der des Prismas, an welcher sie anliegt.

Diese Schwierigkeiten werden aber umgangen, wenn man die beiden Seitenflächen des Prismas genau parallel schleifen lässt und den Oeffnungswinkel des von den Grenzstrahlen gebildeten Kegels unmittelbar misst, wie es Kohlrausch bei dem Totalreflektometer eingeführt hat. In diesem Fall bewirken die genannten Ungenauigkeiten immer nur einen Fehler zweiter Ordnung. Bei dem Nachweis hiervon wollen wir unter N, n, ψ, f und δ wieder dasselbe wie oben verstehen, dagegen soll φ_1 den Winkel bedeuten, welchen der Grenzstrahl in der Luft auf der rechten Seite mit der Seitenfläche des Prismas bildet, φ_2 denselben Winkel auf der linken Seite, und es soll

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2\,\varphi''$$

gesetzt werden. Die erwähnte Messung liefert uns diesen Winkel $2\,\varphi''$. Statt der Formeln (2) und (3) ist jetzt zu setzen

(2, b)
$$\left\{\begin{aligned} N \sin \psi &= n, \\ N \cos(\psi + \delta) &= \cos \varphi_1, \\ N \cos(\psi - \delta) &= \cos \varphi_2. \end{aligned}\right.$$

(3, b)
$$N^2 - \cos^2 \varphi'' = (n - f)^2 \quad \text{oder}$$
$$2(N^2 - n^2) + 4nf - 1 = \cos(\varphi_1 + \varphi_2).$$

Aus den Gleichungen (2, b) entsteht durch Elimination von ψ

$$\sqrt{N^2 - n^2}\cos\delta - n\sin\delta = \cos\varphi_1,$$
$$\sqrt{N^2 - n^2}\cos\delta + n\sin\delta = \cos\varphi_2.$$

Diese Werte setzen wir nun in (3, b) ein.

$$2(N^2 - n^2) + 4nf - 1 = (N^2 - n^2)\cos^2\delta - n^2\sin^2\delta -$$
$$\sqrt{1 - 2[(N^2 - n^2)\cos^2\delta + n^2\sin^2\delta] + [(N^2 - n^2)\cos^2\delta - n^2\sin^2\delta]^2}.$$

$$((N^2 - n^2) + N^2\sin^2\delta + 4nf - 1)^2 = 1 - 2[(N^2 - n^2) + (2n^2 - N^2)\sin^2\delta] + [(N^2 - n^2) - N^2\sin^2\delta]^2,$$

$$4(N^2 - n^2)N^2\sin^2\delta + 8nf(N^2 - n^2 + N^2\sin^2\delta - 1) = 4N^2\sin^2\delta - 4n^2\sin^2\delta.$$

$$\sin^2 \delta = \frac{2n(1+n^2-N^2)f}{(N^2-n^2)(N^2-1)+2nfN^2}$$

Wir können nun f als eine Grösse von niedrigerer Ordnung als N und n betrachten, und setzen

$$\sin^2 \delta = \frac{2n(1+n^2-N^2)f}{(N^2-n^2)(N^2-1)} = \frac{2nf}{N^2-1} tg^2 \varphi.$$

$$f = \frac{N^2-1}{2n} ctg^2 \varphi \sin^2 \delta. \quad (7)$$

Der Fehler ist also in Beziehung auf δ immer vom zweiten Grade. Dadurch dass $ctg^2 \varphi$ als Faktor bei demselben auftritt, wird er für grosse Werte von φ noch mehr verringert, für kleine Werte von φ dagegen vergrössert, so dass er im letzteren Fall möglicher Weise doch noch von Einfluss auf das Resultat sein kann. Es ist daher notwendig bei jedem Prisma, welches man benutzt, zunächst δ zu bestimmen und zu berechnen, von welchem Wert von φ oder n an der Fehler berücksichtigt werden muss. Wenn z. B. bei einem Prisma $N = 1{,}64$ und $\delta = 5'$ ist, so wird der dadurch veranlasste Fehler $f = 0{,}00001$, wenn $\varphi = 19\frac{1}{2}^0$,

$f = 0{,}00005$, wenn $\varphi = 9^0$,

$f = 0{,}0001$, wenn $\varphi = 2^0$.

Dem Winkel $\varphi = 19\frac{1}{2}^0$, bei welchem der Fehler zuerst eine Einheit der fünften Dezimale erreicht, entspricht ein $n = 1{,}34$. So niedrige Brechungsexponenten werden nur selten zu messen sein, und man kann für solche Fälle dann auch ohne grosse Mühe f nach Formel (7) berechnen und dem Resultat als Korrektion hinzufügen. Ausserdem wird auch bei sorgfältiger Anfertigung des Prismas δ noch geringer als $5'$ ausfallen [1]).

Um die Seitenflächen des Prismas genau parallel zu erhalten, wird es zweckmässig sein, dasselbe aus einer planparallelen Platte von entsprechender Dicke (5 mm.) so schneiden zu lassen, dass die beiden Seitenflächen des Prismas von unveränderten Teilen der ursprünglichen Flächen der Platte

1) Bei meinem Prisma ist $\delta = 2'{,}6$.

gebildet werden. Vorder- und Hinterfläche werden dann möglichst senkrecht zu diesen angeschliffen. Durch dieses Verfahren wird zugleich jede Rundung der Seitenflächen nach den Kanten zu vermieden, welche bei einem späteren Poliren der Flächen nicht zu vermeiden ist und, wenn N dem n nahe kommt, den durch Formel (6) angegebenen Fehler hervorruft. Die obere Fläche des Prismas erhält gegen die eine Seitenfläche eine Neigung von ca. 60°, um mittelst dieser beiden Flächen den Brechungsexponent des Glases, unser N, durch Prismenablenkung messen zu können. Verwendet man auf diese Bestimmung möglichst grosse Sorgfalt durch Anwendung der Repetition bei der Winkelmessung und mehrmaliger Ausführung der ganzen Operation, so dass die fünfte und auch wohl die sechste Dezimale noch sicher erhalten wird, so kann man später bei der Brechungsexponentbestimmung anderer Objekte mit diesem Prisma bei einmaliger, weniger genauer Winkelmessung eine gleiche Genauigkeit des Resultats erlangen, namentlich wenn n nicht viel kleiner als N ist. — Die vier Ecken der Hinterfläche werden durch eine Kugelfläche von ziemlich grossen Radius (etwa 50 mm) abgestumpft, deren Mittelpunkt also ca. 44 mm vor der Mitte der Vorderfläche liegt. Es hat dies zunächst den Zweck, die Flüssigkeit bei dem Drehen des Objekts möglichst wenig auf der Objektplatte zu verteilen und mit der Luft in Berührung zu bringen. Ausserdem soll dadurch noch einem Absplittern dieser Ecken und Beschädigungen der Objekte möglichst vorgebeugt werden. Die Vorderfläche wird genau entsprechend hergestellt, damit man sie erforderlichen Falls mit der Hinterfläche vertauschen kann.

Das Prisma wird auf ein Messingstück F (Fig. 1, Taf. II) aufgekittet und dieses mittelst einer Schraube auf dem Sockel S befestigt. Aus der Mitte der Bodenplatte B ragt nach unten ein kurzer Stift hervor, mittelst dessen das Instrumentchen auf dem Goniometer an Stelle des Krystall-Tischchens befestigt wird. Um doppeltbrechende Substanzen bei der Untersuchung

mit diesem Prisma um eine zur Berührungsebene senkrechte Achse drehen zu können, dient die hinter dem Prisma befindliche Drehscheibe *D*. Der Halter *A* derselben steht mit einem dreieckigen Fuss lose auf der Bodenplatte auf, hat aber in einer Nute, welche in der Bodenplatte vom Prismensockel aus nach hinten verläuft, Führung und kann durch Anziehen der Schraubenmutter *C* in grösserer oder geringerer Entfernung vom Prisma festgeklemmt werden. Der Kopf der Schraubenspindel von *C* ist nemlich vierkantig gearbeitet und in die sich nach oben verengende Nute der Bodenplatte eingepasst. In den kreisförmigen Ausschnitt der aufrechten Platte greift die Drehscheibe *D* mit einem kurzen Ansatzrohr ein. Sie trägt auf ihrer Rückseite eine Teilung in ganze Grade, und an den oben und unten angebrachten Nonien können $^1/_{10}$-Grade abgelesen werden. In den 45 mm weiten Ausschnitt dieser Scheibe wird nun der ringförmige Objektträger *K* eingesetzt. Er hat in der Oeffnung in der Drehscheibe so viel Spielraum, dass er sich leicht nach allen Richtungen drehen kann, nur zwei kurze Stifte, welche in genau entsprechenden Nuten der Drehscheibe sich nur vor und rückwärts bewegen lassen, zwingen ihn die Drehungen der Scheibe mitzumachen.

Bei dem Befestigen der Objekte in diesem Träger verfährt man am besten so, dass man den Körper mit der Fläche, welche man benutzen will, auf ein reines Stück Spiegelglas legt, dann den Ring darum legt, und nun den Zwischenraum zwischen beiden mit Schwefel ausgiesst, welchen man in einem kleinen Kölbchen unter Zusatz von etwa $^1/_4$ % Jod geschmolzen hat. Damit der Schwefel sich leicht von der Glasplatte loslöst, giebt man dieser zuvor einen feinen Fetthauch. Bei kleinen Objekten, welche die Rückfläche des Prismas nicht ganz bedecken, ist diese Fassung in Schwefel noch besonders von Vorteil. Sie verhindert nemlich wegen des hohen Brechungsexponents des Schwefels (ca. 2,0), dass neben dem Objekt früher als an demselben Totalreflexion auftritt, wodurch die zu be-

obachtende Grenze im Fernrohr leicht ganz verdeckt werden würde.

Zum Einsetzen des Objektträgers schiebt man nun den federnden Blechstreifen *G* zurück. Derselbe ist auf den unteren Schraubenstift in der Platte *A* mit einem Loch aufgesteckt, über den oberen greift er mittelst eines Ausschnitts über. Damit die Spitze in der Mitte dieses Streifens an dem Objekt leicht hin und her gleiten kann, ist es zweckmässig demselben durch Aufkleben eines kleinen Glasplättchens eine glatte Rückfläche zu geben. Durch Bewegung der beiden Schraubenmuttern M_1 und M_2 nähert man das Objekt dem Prisma, bis sie sich eben berühren, und bringt nun ein Tröpfchen Monobromnaphthalin zwischen die beiden Flächen. Dieses hält schon allein das Objekt bei der Drehung an dem Prisma fest, und es ist darauf zu sehen, dass der Druck der Feder auf keinen Fall gross wird, weil dadurch Prisma und Objekt beschädigt werden könnten. Für Körper von höherem Brechungsexponent als Monobromnaphthalin kann man sich anstatt des von Abbe empfohlenen Arsentribromids (Brechungsexponent 1,78) auch recht gut einer Lösung von Phosphor in Schwefelkohlenstoff (Brechexp. 1,95) bedienen. Noch geeigneter sind die Flüssigkeiten, welche man erhält, wenn man 4 oder 2 Teile gelben Phosphor mit einem Teil Schwefel unter Wasser durch ein paar Tropfen Schwefelkohlenstoff oder gelindes Erwärmen auf dem Wasserbade vereinigt. Es bilden sich je nach der Menge des vorhandenen Phosphors die starkbrechenden Flüssigkeiten . Halbschwefelphosphors $(P_4 S)$ und Einfach-Schwefelphosphor $(P_2 S)$. Unter ausgekochtem Wasser lassen sie sich unverändert aufbewahren; an der Lufft trüben sie sich allmählich durch Oxydation des Phosphors, können aber durch Filtration (unter Wasser) leicht wieder klar erhalten werden. (Das Nähere über die Eigenschaften derselben s. Graham-Otto, Anorg. Chemie I. 4. Aufl. S. 897 ff.).

Um leicht etwas von der unter Wasser befindlichen Flüssigkeit herausnehmen und an das Prisma bringen zu können, be-

diene ich mich der kleinen Pipette Fig. 4 Taf I. Eine dünne Glasröhre ist auf der einen Seite in eine feine Spitze ausgezogen, auf der andern durch ein oben verstopftes Stück Gummischlauch verschlossen. Taucht man die Spitze in die Flüssigkeit und lässt durch einen Druck auf den Gummischlauch etwas Luft austreten, so steigt bei dem Nachlassen des Druckes eine entsprechende Flüssigkeitsmenge in die Röhre. Hiervon lässt man nun etwas durch einen gelinden Druck auf den Schlauch in den Zwischenraum zwischen Prisma und Objekt ausfliessen. Nach dem Gebrauch steckt man die Pipette mit dem aufgesteckten Kork in ein Präparatengläschen, damit von der Flüssigkeit nichts verstreut wird.

Die Zentrirung und Justirung des Instrumentchens auf dem Goniometer wird in der gewöhnlichen Weise hergestellt, nur ist zu bemerken, dass nicht der Mittelpunkt *M* der Berührungsfläche selber zu zentriren ist, sondern die Fernrohrachse auf die Mitte des durch eine Seitenfläche des Prismas unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion gesehene Bild derselben gerichtet sein muss. Dieses virtuelle Bild liegt immer hinter dem wirklichen Ort jener Ebene. Der zu zentrirende Punkt ist der Schnitt einer durch dieses Bild von *M* gelegten Parallelen zu den in die Luft ausgetretenen Grenzstrahlen und der Normalen in *M* auf die Berührungsebene. Daher wird das folgende Verfahren am einfachsten zum Ziele führen. Man stellt gleich bei dem Aufsetzen des Apparats auf das Goniometer die hintere Fläche des Prismas möglichst senkrecht zu einer Zentrirschraube, zentrirt zunächst die Mitte des Prismas und bewegt dann mit jener Schraube den Apparat soweit vor, bis das durch die eine Seitenfläche gesehene Bild der Berührungsfläche in der Stellung, wo es eben dunkel zu werden anfängt, von dem Vertikalfaden des Fernrohrs in zwei gleiche Teile zerlegt wird.

Zur Fernhaltung alles störenden Nebenlichtes wird nun noch die in Fig. 2 Taf. II gezeichnete Blende über das Prisma geschoben. Sie muss so gestellt werden, dass, wenn die Grenze der Totalreflexion im Fernrohr sichtbar ist, der Schatten von

dem inneren Rand des dem Lichte zugekehrten Fensterchens auf die gegenüberliegende Kante des Prismas fällt. Durch das Fernrohr mit vorgeschlagener Lupe sieht man den Schatten sehr gut und kann der Blende leicht die erforderliche Stellung geben.

Zu intensiver Beleuchtung mit einfarbigem Licht hat sich die in Fig. 3 Taf. II skizzirte Vorrichtung recht zweckmässig erwiesen. An einem Bunsen'schen Gasbrenner mit hohem, gradem Schornstein, in dem sich ein kreisförmiger Ausschnitt befindet, ist ein Fläschchen S mit der Lösung des benutzten Salzes befestigt, und ein in die Flamme reichender Asbestdocht führt dieser das Salz zu. Der Brenner ist mit einer Klammer an einem Stativ befestigt. An demselben Stativ befindet sich ca. 20 cm Abstand vom Brenner ein 1-Liter-Kolben k mit Alaunlösung. Von den ihn treffenden Strahlen werden die Wärmestrahlen fast vollständig absorbirt, die übrigen in ca. 20 cm Entfernung vom Kolben zu einem reellen Bild des Ausschnitts im Schornstein vereinigt. Durch eine Glaslinse L kann dies Bild noch mehr verkleinert und erhellt werden. Mit dieser Vorrichtung ist es leicht, bei Benutzung von Natriumlicht die Helligkeit des Bildes im Fernrohr noch über das für das Auge angemessenste Mass zu steigern und auch mit Lithium- und Thalliumlicht die Grenze gut sichtbar zu erhalten. Man wirft das Bild der Flamme durch das eine Fensterchen in der Blende hindurch auf die Berührungsfläche und ändert durch Verschieben des Stativs die Inzidenz allmählich bis die Grenze der Totalreflexion im Fernrohr erscheint.

Nachdem man so auf der einen Seite, zum Beispiel bei bei rechts stehenden Licht, die Grenze der Totalreflexion eingestellt und die Nonien abgelesen hat, stellt man die Beleuchtungsvorichtung in entsprechender Stellung links auf, dreht den Limbus mit dem Prisma bis die Grenze wieder mit dem Fadenkreuz zusammenfällt, und liest die Nonien zum zweiten mal ab. Die Differenz der beiden Ablesungen ist der Winkel 2φ, aus

welchem nun der Brechungsexponent des Objects nach Formel (3) zu berechnen ist.

III. Beobachtungen nach dem neuen Verfahren.

Bei meinen Messungen stand mir kein grösseres Goniometer oder Spektrometer zur Verfügung, ich musste mich vielmehr mit einem Theodoliten mit vorgesetztem Beobachtungsfernrohr behelfen. Die Beobachtungen, welche mit jenen Instrumenten leicht und sicher ausgeführt werden können, wurden dadurch sehr mühsam und zeitraubend, da die Justirung der einzelnen Teile gegen einander sich nur schwierig mit der erforderlichen Genauigkeit herstellen und während der Beobachtung unverändert erhalten liess. Erst in den letzten Tagen konnte ich die unten angeführten Messungen mit einem neu angeschafften Goniometer des Herrn Professor Klocke ausführen. — Die Genauigkeit der erhaltenen Resultate wird namentlich dadurch beschränkt, dass mit den vorhandenen Hülfsmitteln die fünfte Dezimale von dem Brechungsexponent des Glasprismas nicht mehr mit Sicherheit ermittelt werden konnte. Deshalb wurde auch die Temperatur des Beobachtungszimmers nicht gemessen, was bei genaueren Versuchen natürlich nicht versäumt werden dürfte.

Die Messungen des Grenzwinkels der Totalreflexion sind dagegen hinlänglich genau, um damit, wenn N genügend bekannt wäre, die fünfte Dezimale von den Brechungsexponenten der Objecte noch sicher berechnen zu können.

Das Prisma, welches zu den folgenden Beobachtungen diente, wurde aus der Werkstatt von Dr. Steeg und Reuter in Homburg v. d. Höhe bezogen. Die Abweichung von 90^0 bei dem Neigungswinkel der Rückfläche gegen die beiden planparallelen Seitenflächen betrug 2'6 und durfte deshalb vernachlässigt werden.

1) Brechungsexponent des Prismas.

Bei einer ersten Messung dieses Brechungsexponents diente ein Breithauptscher Theodolit mit 20″ Ablesung. Für die Zentrirung waren auf denselben zwei senkrecht zu einander in Führung verschiebbare Streifen Spiegelglas aufgekittet. Auf den oberen von diesen wurde das Prisma an drei Stellen mit weichem Wachs so aufgeklebt, dass die brechende Kante möglichst senkrecht stand, und später wurde dann durch geeignetes Niederdrücken der Wachskegel bewirkt, dass die Reflexe im Fernrohr in die Horizontalebene fielen. Vor dem Theodolit befestigte ich das Fernrohr eines grossen Spektroskops mittelst Klammern an einem dreifüssigen Stativ in gleicher Höhe mit dem Prisma. Mit einer Linse von ca. 8 cm Brennweite, welche vor das Objektiv gesteckt werden konnte, lieferte dasselbe ein stark vergrössertes Bild des Prismas. Seitwärts wurde in gleicher Weise das Kollimatorrohr des Spektroskops aufgestellt. Nachdem beide Rohre auf die Drehungsachse gerichtet und sammt dem Teilkreis des Theodolits mittelst einer Libelle horizontal gestellt waren, kittete ich die Füsse der drei Instrumente mit flüssigem Wachs auf der Tischplatte fest, um Verrückungen während der Beobachtung zu verhüten.

Zuerst wurde der brechende Winkel des Prismas bestimmt und als Mittel von vier Messungen erhalten:

$$\beta = 60^0\,21'\,15''.$$

Da bei der beschriebenen Anordnung nur die Drehung des Prismas gemessen werden konnte, liess sich die gewöhnliche Methode des Minimums der Ablenkung nicht anwenden, sondern es musste der Ein- und Austrittswinkel des Lichtstrahls am Prisma ermittelt werden. Dieser etwas weitläufigere Weg hat vor dem ersteren bekanntlich auch den Vorzug grösserer Genauigkeit. Bezeichnen wir (Fig. 5 Taf. I) den Eintrittswinkel des Strahls gegen die Fläche des Prismas mit i_1, den Austrittswinkel mit i_2, die Winkel im Prisma

mit r_1 und r_2, alle Winkel rechtsherum gezählt, so erhalten wir die Formel für N aus den beiden Relationen

$$\cos i_1 = N \cos r_1; \quad \cos i_2 = N \cos r_2,$$

wenn wir r_1 und r_2 mit Hülfe der Beziehung $r_1 = r_2 + \beta$ eliminiren. Wir erhalten:

$$\cos i_1 = \cos i_2 \cos \beta - \sqrt{N^2 - \cos^2 i_2} \sin \beta,$$

(8) $$\cos^2 i_1 - 2 \cos i_1 \cos i_2 \cos \beta + \cos^2 i_2 = N^2 \sin^2 \beta.$$

Um den Ein- und Austrittswinkel zu messen, wurde zuerst auf das von einer Fläche des Prismas refektirte Bild vom Fadenkreuz des Beobachtungsfernrohres eingestellt. Die Ablesung bei dieser Stellung wurde mit A bezeichnet (s. Fig. 6 Taf I). Dann wurde der Spalt des Kollimatorrohrs an derselben Fläche spiegeln gelassen, was die Ablesung B lieferte; endlich drittens wurde das abgelenkte Bild des Spalts bei verschiedener einfarbiger Beleuchtung mit dem Fadenkreuz zur Deckung gebracht. Es tritt das, wenn überhaupt, natürlich immer bei zwei Stellungen des Prismas ein, welche wir mit C und C' bezeichnen wollen.

Wie aus Fig. 6, Taf. I. ersichtlich, ist nun

$$A - C = 90^0 - i_2; \quad i_2 = C - A + 90^0$$

$$B - A = \frac{1}{2}(i_1 + i_2 + \beta); \quad i_1 = 2(B - A) - i_2 - \beta.$$

Die Beobachtung lieferte:

$$\begin{aligned} A &= 337^0\ 58'\ 40'' \\ B &= 37^0\ 54'\ 20'' \\ C_{Li} &= 286^0\ 26'\ 20'' \\ C_{Na} &= 284^0\ 09'\ 20'' \\ C'_{Na} &= 271^0\ 17'\ 30'' \\ C_{Tl} &= 280^0\ 19'\ 00'' \end{aligned}$$

Daraus bekommen wir die Winkel

$$\begin{aligned} i_{2,Li} &= 38^0\ 27'\ 40''; & i_{1,Li} &= 21^0\ 02'\ 25'', \\ i_{2,Na} &= 36^0\ 10'\ 68''; & i_{1,Na} &= 23^0\ 19'\ 08'', \\ i_{2,Tl} &= 32^0\ 20'\ 20''; & i_{1,Tl} &= 27^0\ 09'\ 45''. \end{aligned}$$

Nach Formel (8) erhalten wir hieraus für den Brechungsexponent des Prismas:

$$N_{Li} = 1{,}70944$$
$$N_{Na} = 1{,}71751$$
$$N_{Tl} = 1{,}72558.$$

Später wurde dieselbe Bestimmung noch einmal mit einem Reflexionsgoniometer von R. Fues in Berlin, Modell II, nach der Methode des Minimums der Ablenkung ausgeführt.

Bei der Messung des brechenden Winkels wurde sechsmalige Repetition angewandt und gefunden:

$$\beta = 60^0\,21',0.$$

Der durch das Prisma gegangene Strahl wurde für jede Farbe auf das Minimum der Ablenkung gebracht und für den Ablenkungswinkel δ die Werte erhalten:

$$\delta_{Li} = 58^0\ 06'\ 3$$
$$\delta_{Na} = 59^0\ 01'\ 0$$
$$\delta_{Tl} = 59^0\ 55'\ 0$$
$$\delta_{Sr} = 71^0\ 52'\ 8.$$

Der Winkel δ_{Sr} bezieht sich auf die blaue Linie des Strontiums. Wegen der Lichtschwäche derselben war das Fadenkreuz vor ihr allerdings nicht deutlich sichtbar.

Aus den genannten Winkeln folgen die Brechungsexponenten

$$N_{Li} = 1{,}70936$$
$$N_{Na} = 1{,}71742$$
$$N_{Tl} = 1{,}72550$$
$$N_{Sr} = 1{,}74198.$$

Diese Zahlen sind im Durchschnitt um eine 8 der fünften Dezimale kleiner, als die bei der ersten Messung gefundenen. Ziehen wir nun noch in Betracht, dass die letzte Bestimmung in einem recht warmen Zimmer vorgenommen wurde, während bei der ersten das Zimmer nur mässig geheizt war, übrigens aber die beiden Messungen einen gleichen Grad von Genauigkeit besitzen dürften, so können wir wohl annehmen, dass der wahre Wert für eine Temperatur von

20° C von dem arithmetischen Mittel der beiden Zahlen nur um wenige Einheiten der fünften Dezimale differirt.

Wir legen daher in dem Folgenden die Werte zu Grunde:

$$N_{Li} = 1{,}70940$$
$$N_{Na} = 1{,}71746$$
$$N_{Tl} = 1{,}72554$$
$$N_{Sr} = 1{,}74194.$$

2. Brechungsexponentbestimmungen von Krystallen.

Nach der beschriebenen Methode habe ich bis jetzt Messungen an drei Krystallplatten angestellt, nemlich an Topas, Baryt und Aragonit.

Die Platten (dem physikalischen Institut zu Marburg gehörig) sind für den Nörrembergischen Polarisationsapparat bestimmt, also senkrecht zur ersten Mittellinie geschliffen. Der Fundort der Krystalle ist nicht angegeben. Für alle drei Substanzen liegen bereits genaue Messungen vor, welche mittelst Prismenablenkung erhalten worden sind. Es ist dadurch eine Vergleichung der Resultate der beiden Methoden möglich.

Die genannten drei Körper krystallisiren im rhombischen System. Von den beiden im Fernrohr sichtbaren Grenzen der Totalreflexion wird die eine von dem senkrecht zur Platte — also horizontal — schwingenden Strahl gebildet. Diese muss, wenn die Fläche ein Hauptschnitt ist, bei der Drehung der Drehscheibe ihren Platz ungeändert behalten. Bei den drei untersuchten Platten konnte auch in der That keine Bewegung dieser Grenze bei dem Drehen der Scheibe bemerkt werden. Die andere Grenze wird von dem in der Ebene der Objektplatte — also vertikal — schwingenden Strahl gebildet und muss sich deshalb bei einer ganzen Umdrehung der Platte zweimal zwischen einem Minimum und einem Maximum hin und her bewegen.

In den hier vorliegenden Fällen, wo die Normale zur Platte die erste Mittellinie des optischen Achsenwinkels ist, ist der Oeffnungswinkel der beweglichen Grenze entweder immer grösser oder immer kleiner als der der festen Grenze, und ihr Abstand von der festen Grenze bleibt immer grösser als der zwischen ihrer Minimum- und ihrer Maximumstellung. Ist der Oeffnungswinkel der festen Grenze der grössere, so besitzt der Krystall positive Doppelbrechung, im anderen Fall negative.

1. Topas.

Beleuchtung mit Natriumlicht.

Die feste Grenze besass den grösseren Oeffnungswinkel, folglich Doppelbrechung positiv, wie bekannt.

Beobachtungstabelle:

Schwingungsrichtung.		Nonius.	Ablesung.	Mittel.	2φ.
→	rechts	I	286° 20′ 50″	286° 20′ 45″	112° 28′ 45″
		II	106° 20′ 40″		
	links	I	38° 46′ 40″	38° 48′ 30″	
		II	218° 50′ 20″		
↓ Minimum	rechts	I	289° 06′ 30″	289° 06′ 46″	109° 41′ 45″
		II	109° 07′ 00″		
	links	I	38° 46′ 40″	38° 48′ 30″	
		II	218° 50′ 20″		
↓ Maximum	rechts	I	289° 06′ 30″	289° 06′ 45″	108° 43′ 10″
		II	109° 07′ 00″		
	links	I	37° 48′ 20″	37° 49′ 55″	
		II	317° 51′ 30″		

Aus diesen Winkeln erhalten wir nach Formel (3) die Brechungsexponenten:

$$\alpha = 1{,}61559 \; ; \; \beta = 1{,}61808 \; ; \; \gamma = 1{,}62510.$$

Rudberg[1]) hat gefunden für die Linie D

$$\alpha = 1{,}61161 \; ; \; \beta = 1{,}61375 \; ; \; \gamma = 1{,}62109.$$

Der beträchtliche Unterschied zwischen diesen beiden Resultaten ist nicht auffallend, wenn man die grosse Verschiedenheit des Brechungsvermögens bei Topasen von verschiedenen Fundorten in Betrachtung zieht. Bei den ohne Rücksicht auf Doppelbrechung und Dispersion angestellten Beobachtungen Brewsters an fünf verschiedenen Varietäten beträgt die Differenz der Brechungsexponenten bis 0,04. Deshalb ist der Topas zu einer Vergleichung der beiden Methoden nicht geeignet, wenn die Messungen nicht an demselben Krystall angestellt worden sind. — Die beiden andern untersuchten Substanzen zeigen dagegen ein recht konstantes Brechungsvermögen.

2. Baryt.

Beleuchtung mit Natriumlicht

Beobachtungstabelle.

Schwingungsrichtung.		Nonius.	Ablesung.	Mittel.	2φ.
↓ Minimum	rechts	I	312° 22′00″	312° 22′40″	117° 04′55″
		II	132° 23′20″		
	links	I	69° 26′50″	69° 27′30″	
		II	249° 28′20″		
↓ Maximum	rechts	I	312° 22′00″	312° 22′40″	117° 32′35″
		II	132° 23′20″		
	links	I	69° 54′20″	69° 55′15″	
		II	249° 56′10″		
⇒	rechts	I	312° 22′20″	312° 22′50″	122° 16′15″
		II	132° 23′20″		
	links	I	74° 38′30″	74° 39′05″	
		II	254° 39′40″		

1) Pogg. Ann. 17, 22.

Daraus erhalten wir

$$\alpha = 1{,}63624 \; ; \; \beta = 1{,}63734 \; ; \; \gamma = 1{,}64812.$$

Mittelst Prismen fand

Heusser [1]): $\alpha = 1{,}63630 \; ; \; \beta = 1{,}63745 \; ; \; \gamma = 1{,}64797.$

Arzruni [2]): $\alpha = 1{,}63609 \; ; \; \beta = 1{,}63712 \; ; \; \gamma = 1{,}64795.$

Mittel aus diesen beiden Werthen:

$$\alpha = 1{,}63620 \; ; \; \beta = 1{,}63729 \; ; \; \gamma = 1{,}64796.$$

Die mittelst Totalreflexion erhaltenen Resultate kommen dem Mittel der beiden anderen Messungen am nächsten. Die ungenaue Orientirung der Prismenflächen gegen die Krystallachsen bewirkt bei jener Methode immer ziemlich beträchtliche Fehler, welche in einer gegenseitigen Näherung der Werte der drei Brechungsexponenten bestehen und hier besonders einen zu kleinen Wert für γ veranlassen müssen. In den angeführten Zahlen ist dies besonders bei Heusser zu erkennen. Aus diesem Grunde kann eine Uebereinstimmung der Resultate der Totalreflexionsmethode mit diesen in der fünften Dezimale nicht mehr erwartet werden.

3. Aragonit.

Von diesem Körper wurde der kleine Brechungsexponent für Lithium- und Natriumlicht gemessen. Der mittlere und grosse Brechungsexponent sind grösser als der von Monobromnaphthalin, welches ich zum Ankleben benutzte; deshalb wurde von einer Bestimmung derselben abgesehen.

Beobachtungstabelle.

1) Mit Lithium-Licht.

		Ablesung.	Mittel.	2φ.
rechts	I	288° 41′ 20″	288° 42′ 35″	79° 49′ 45″
	II	108° 43′ 50″		
links	I	8° 32′ 00″	8° 32′ 20″	
	II	188° 32′ 40″		

1) Pogg. Ann. 87, 454. — 2) Zeitschr. f. Kryst. I, 165.

2) Mit Natrium-Licht.

		Ablesung.	Mittel.	2φ.
rechts	I	289° 57′30″	289° 57′55″	77° 21′15″
	II	109° 58′20″		
links	I	7° 18′40″	7° 19′10″	
	II	187° 19′10″		

Daraus folgt:

$$\alpha_{Li} = 1{,}52766 \; ; \; \alpha_{Na} = 1{,}52977.$$

Rudberg [1]) hat gemessen $\alpha_{Na} = 1{,}53013$, und für α_{Li} erhalten wir aus α_B und α_C durch Interpollation $\alpha_{Li} = 1{,}52788$. Die Abweichung von der Messung mit Totalreflexion besteht also in einer Annäherung an die beiden anderen Brechungsexponenten um ca. 0,0003. Wegen der grossen Differenz der Brechungsexponenten des Aragonits wird ein solcher Fehler schon von einer falschen Orientirung der brechenden Kante um 9′ veranlasst. Gewöhnlich sind die Fehler bei dergleichen Prismen noch erheblich grösser. Da Rudberg den Fehler seines Prismas nun nicht gemessen und danach sein Resultat korrigirt hat, so müssen wir sagen, dass die Differenz zwischen unserem Resultat und dem Rudbergs noch vollkommen innerhalb der Fehlergrenze des Rudbergischen Versuchs liegt.

Wenn oben bereits gezeigt wurde, dass die im Vorstehenden beschriebene Methode bei einer einmaligen Messung in allen Fällen die genausten Resultate liefert, so wird aus den angeführten Messungen zur Genüge hervorgehen, dass dies bei doppelbrechenden Krystallen in noch viel höherem Maasse der Fall ist.

Die Totalreflexionsmethode gestattet also nicht nur eine viel grössere Zahl von Körpern optisch zu untersuchen und erleichtert dabei die Beschaffung des Untersuchungsmaterials sehr wesentlich, sondern sie vermag uns auch namentlich bei doppelbrechenden Substanzen genauere Resultate als die frühere Methode zu liefern.

1) Pogg. Ann. 17, 11.

Taf. I.

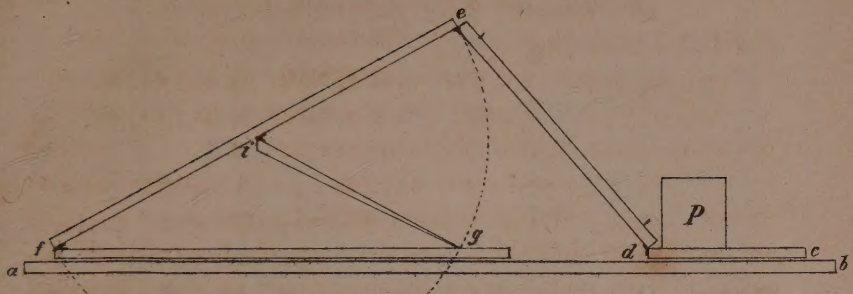


Fig. 1.

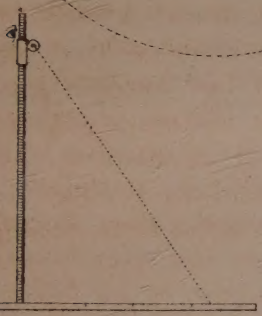


Fig. 2.

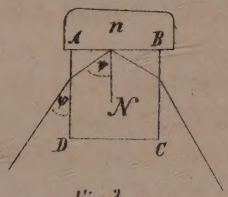


Fig. 3.

Fig. 4.

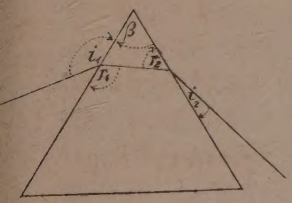


Fig. 5.

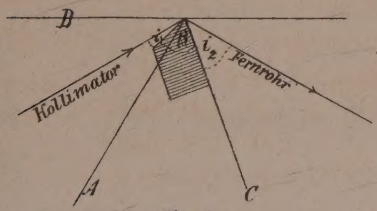
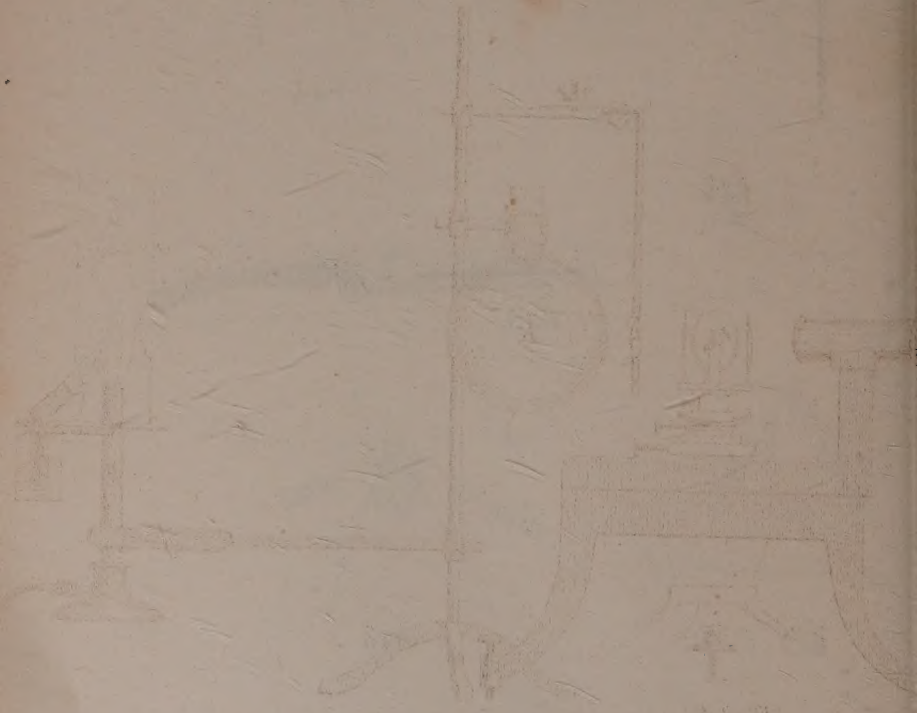


Fig. 6.



Taf. II.

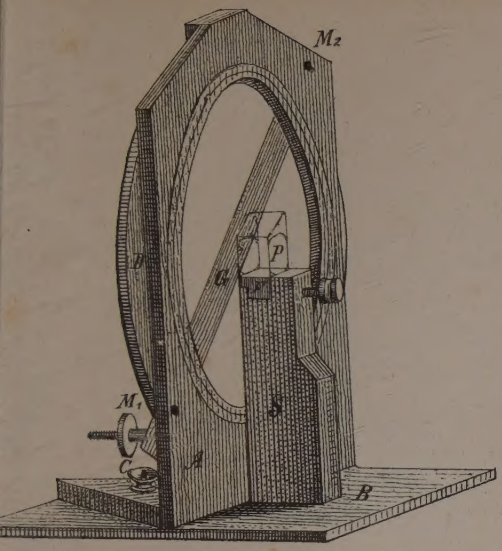


Fig. 1. 1/7

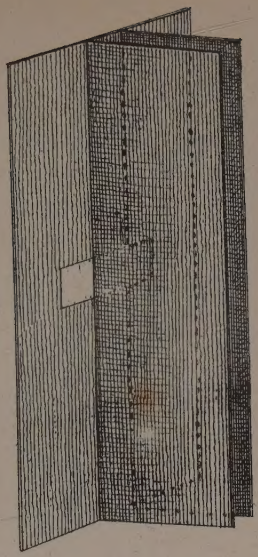


Fig. 2. 1/4

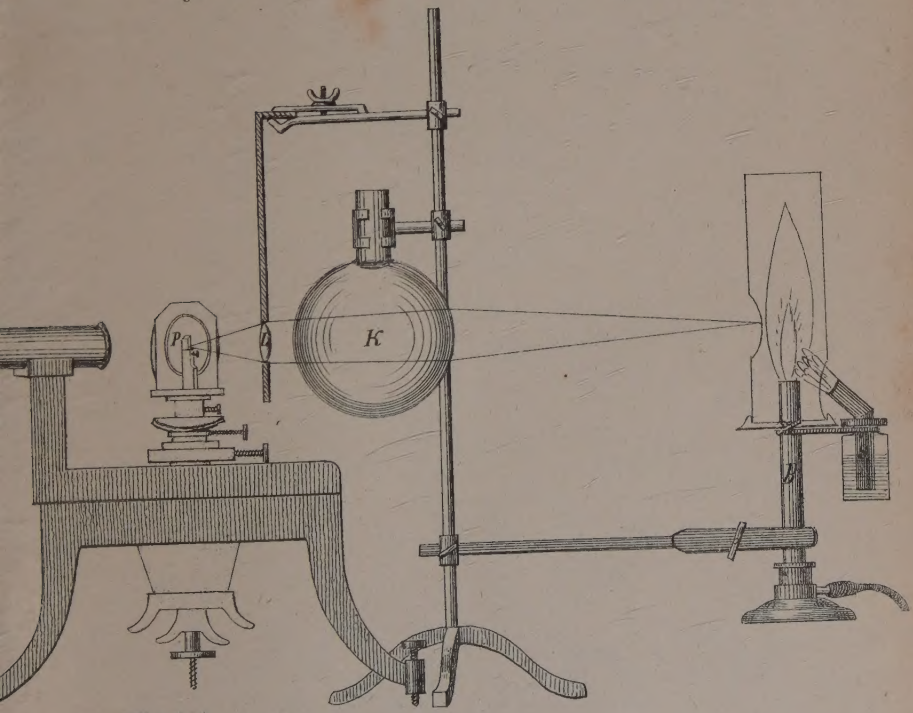


Fig. 3. 1/5

J. Backer, lith. Anst. Marburg